

## چگونه یک مدل مناسب برای داده‌های سری زمانی انتخاب کنیم؟

جعفر حسن زاده<sup>۱</sup>، فرید نجفی<sup>۲</sup>، مهدی مرادی نظر<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشیار گروه اپیدمیولوژی، دانشکده بهداشت و تغذیه، دانشگاه علوم پزشکی شیراز، ایران

<sup>۲</sup> دانشیار گروه اپیدمیولوژی، مرکز تحقیقات عوامل محیطی مؤثر بر سلامت، دانشکده بهداشت، دانشگاه علوم پزشکی کرمانشاه، ایران

<sup>۳</sup> دانشجوی دکتری اپیدمیولوژی، مرکز تحقیقات عوامل محیطی مؤثر بر سلامت، دانشکده بهداشت، دانشگاه علوم پزشکی کرمانشاه، ایران

نویسنده رابط: مهدی مرادی نظر، نشانی: مرکز تحقیقات عوامل محیطی مؤثر بر سلامت، دانشکده بهداشت، دانشگاه علوم پزشکی کرمانشاه، تلفن: ۰۹۱۸۸۵۸۶۵۲۰، آدرس پست الکترونیک:

m.moradinazar@gmail.com

تاریخ دریافت: ۹۲/۰۹/۱۲؛ پذیرش: ۹۳/۰۷/۰۵

**مقدمه و اهداف:** سری‌های زمانی مجموعه‌ای از مشاهدات هستند که برحسب زمان مرتب شده است. هدف اصلی در برپا کردن یک سری زمانی معمولاً پیش‌بینی مقادیر آینده می‌باشد. نخستین گام در سری‌های زمانی، رسم نمودار داده‌ها است. با استفاده از رسم نمودار می‌توان اطلاعات کلی از جمله روند صعودی یا نزولی، وجود الگوی فصلی، روند دوره‌ای و وجود داده‌های پرت در داده‌ها را تشخیص داد. پس از رسم نمودار برای این که پیش‌بینی مناسبی وجود داشته باشد، باید داده‌ها را ایستا کرد. می‌توان داده‌ها را با استفاده از تفاضل گیری یا تجزیه به مؤلفه‌های تشکیل دهنده آن، ایستا نمود. پس از ایستا کردن داده‌ها می‌توان با استفاده از نمودار نگاره مرتبه میانگین متحرک و مرتبه اتو رگرسیون مدل را شناسایی نمود. لازم است پارامترها به دست آمده را با استفاده از آزمون T از نظر معنی‌داری مورد بررسی قرارداد. در صورت معنی‌دار بودن و عدم وابستگی در باقی‌مانده می‌توان پیش‌بینی مناسبی با کمک داده‌های گذشته انجام داد، هم‌چنین مقادیر پیش‌بینی شده را می‌توان با استفاده از میانگین مطلق درصد خطا ارزیابی نمود.

**واژگان کلیدی:** سری‌های زمانی، شناسایی مدل، ایستا کردن، پیش‌بینی

### مقدمه

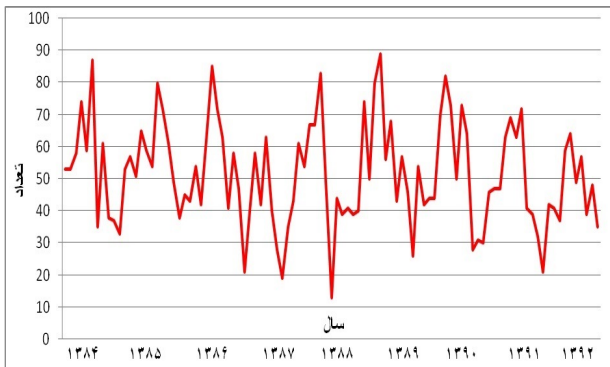
این مقاله سعی بر آن است که مراحل برپا کردن یک مدل سری زمانی را به صورت مختصر و به زبان ساده با استفاده از داده‌های مرگ‌ومیر ناشی از تصادفات در استان کرمانشاه توضیح داده شود.

### نوع داده‌ها و هدف از تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی

داده‌ها در سری زمانی مجموعه‌ای از مشاهده‌های متوالی می‌باشد که به صورت منظم با فواصل زمانی یکسان مرتب شده است (۳). زمان در سری زمانی بسته به نوع متغیر مورد بررسی و هدف می‌تواند روز، هفته، ماه یا سال باشد. در نمودار شماره ۱ روند مرگ‌ومیر ناشی از تصادفات در استان کرمانشاه با فواصل زمانی یک ماه طی سال‌های ۹۲-۱۳۸۴ نشان داده شده است. اگر داده‌ها از یکدیگر مستقل و تصادفی باشند (مقادیر گذشته تأثیری روی مقادیر حال و آینده نداشته باشد) پیش‌بینی با استفاده از این داده‌ها امکان‌پذیر نمی‌باشد. به این داده‌ها که دارای دنباله تصادفی، مستقل و هم توزیع با میانگین صفر هستند، اغتشاش خالص<sup>۱</sup> می‌گویند (۴)، اما اگر داده‌ها به یکدیگر وابسته و غیر

در سال‌های اخیر با ثبت منظم داده‌ها و به وجود آمدن بانک‌های مختلف اطلاعاتی در سراسر دنیا تمایل به استفاده از سری‌های زمانی افزایش یافته است. سری‌های زمانی که زیرشاخه‌ای از آمار و احتمالات می‌باشد، مجموعه‌ای از مشاهدات است که برحسب زمان مرتب شده است (۱). سری‌های زمانی از دیرباز در بیش‌تر رشته‌ها مانند زمین‌شناسی، اقتصاد، مهندسی ارتباطات و غیره کاربرد فراوانی داشته است. امروزه با آگاه‌تر شدن پژوهشگران از کاربردهای سری‌های زمانی به‌طور وسیع در خدمات بهداشتی و درمانی برای پیش‌بینی طغیان بیماری‌ها، تعداد بیماران مراجعه‌کننده، تعداد پرسنل مورد نیاز در بخش‌های مختلف درمانی، مورد استفاده قرار می‌گیرد (۲). تفاوتی که بین سری‌های زمانی با سایر روش‌های مدل‌سازی از جمله رگرسیون وجود دارد، این است که در سری‌های زمانی با استفاده از داده‌های قبلی مقادیر آینده را پیش‌بینی می‌کنند، درحالی‌که در روش‌های مدل‌سازی اغلب با استفاده از متغیرهای دیگر سعی می‌شود متغیر مورد نظر پیش‌بینی شود. به همین دلیل معمولاً قدرت سری‌های زمانی در پیش‌بینی کم‌تر است، اما به دلیل این‌که به اطلاعات جانبی کم‌تری نیاز دارد، تمایل به استفاده از آن زیاد می‌باشد، در

<sup>۱</sup>White noise



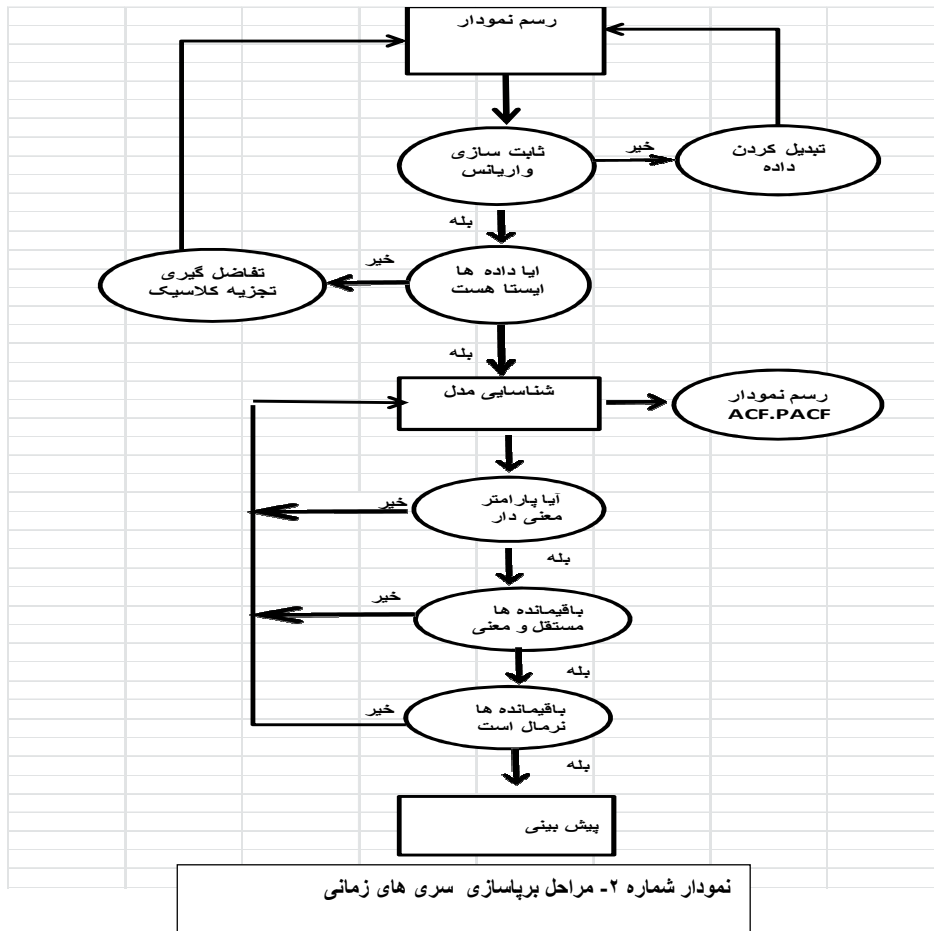
نمودار شماره ۱- روند مرگ‌ومیر ناشی از تصادفات در استان کرمانشاه طی سال‌های ۹۲-۱۳۸۴

### مراحل برپا کردن مدل مناسب

برای انتخاب مدل مناسب برای داده‌ها از الگویی که در سال ۱۹۷۰ توسط باکس و جنکینز (Box&Jenkins) ابداع شد و به سرعت نیز تکامل یافت؛ استفاده می‌شود که اساس آن در ۳ مرحله تعیین مدل، برآورد و آزمون پارامترها و کاربرد مدل برای پیش‌بینی می‌باشد (۵). همان‌طور که نمودار شماره ۲ نشان می‌دهد، این مدل یک مدل با مراحل تکراری است که تا زمانی که مدل مناسب پیدا نشود؛ مراحل تکرار می‌گردد (نمودار شماره ۲).

تصادفی مانند تعداد تصادفات منجر به فوت در یک خیابان یا شهر، تعداد بیماران مراجعه‌کننده به بیمارستان‌های تحت پوشش یک دانشگاه یا متوسط دمای روزانه هوای استان- باشند؛ در این داده‌ها اغلب بین بازه‌های زمانی (lag) هم‌بستگی وجود دارد، در این داده‌ها که مقادیر حال وابسته به مقادیر گذشته می‌باشد، می‌توان با استفاده از مقادیر گذشته مقادیر آینده را پیش‌بینی نمود. اگر یک سری زمانی را کاملاً بتوان پیش‌بینی کرد، آن را سری زمانی غیر تصادفی می‌گویند، اما معمولاً نمی‌توان یک داده را به‌طور کامل پیش‌بینی نمود (۵).

هدف اصلی از تجزیه و تحلیل سری زمانی معمولاً پیش‌بینی مقادیر آینده می‌باشد، سه هدف دیگر از بررسی سری‌های زمانی که معمولاً نسبت به پیش‌بینی کم‌تر مورد توجه قرار می‌گیرد، توصیف (Explanation) تشریح (Description) و کنترل (Control) می‌باشد. توصیف داده‌ها معمولاً با استفاده از رسم نمودار صورت می‌گیرد، با استفاده از رسم نمودار می‌توان توصیف ساده‌ای از خواص داده‌ها مانند صعودی یا نزولی بودن روند داده‌ها، وجود الگوی فصلی و وجود تغییر ناگهانی یا آرام در روند سری‌های زمانی انجام داد. توصیف یا رسم نمودار مرحله‌ی نخست در تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی است. هر چند رسم نمودار بسیار مقدماتی و شهودی می‌باشد، اما در شناسایی مدل نهایی می‌تواند بسیار کمک‌کننده باشد، برای مثال از روی رسم نمودار شماره ۱ می‌توان پی برد که مرگ‌ومیر ناشی از تصادفات در استان کرمانشاه دارای الگوی فصلی است که در فصل تابستان بیش‌ترین و در زمستان کم‌ترین تعداد موارد مرگ در اثر تصادفات رخ می‌دهد و به‌طور ساده می‌توان گفت روند مرگ‌ومیر ناشی از تصادفات هر چند در سه سال اخیر کاهش یافته بود، اما تقریباً دارای روند ثابتی است. دومین هدف از تجزیه و تحلیل سری زمانی تشریح است که از تغییرات در یک سری برای بیان تغییرات در سری دیگر استفاده می‌شود. سومین هدف کنترل می‌باشد که رابطه‌ی بسیار نزدیک با پیش‌بینی دارد، یکی از کاربردهای کنترل استفاده در مرکز مبارزه با بیماری‌ها برای دادن هشدار قبل از طغیان بیماری می‌باشد (۱،۳).



شود، سه بازه زمانی کاسته می‌شود (۶).

### ایستا کردن داده‌ها

پس از رسم نمودار داده‌ها و به دست آوردن یک ویژگی ابتدایی از داده‌ها، اگر داده‌ها دارای روند صعودی یا نزولی یا الگوی فصلی مانند داده‌های مرگ‌ومیر ناشی از تصادفات در استان کرمانشاه باشد، داده‌ها باید ایستا شود، منظور از ایستا کردن داده ثابت‌سازی واریانس و میانگین در طول زمان می‌باشد، برای ایستا کردن داده‌ها می‌توان از دو روش تفاضل‌گیری و تجزیه کلاسیکی به اجزای تشکیل‌دهنده (مؤلفه روند، مؤلفه فصلی و مؤلفه باقیمانده‌های) استفاده کرد. در روش تفاضل‌گیری هر مشاهده را از مشاهده قبلی کم می‌کنند، برای مثال جدول شماره ۱ تعداد تصادفات منجر به فوت در استان کرمانشاه در هر ماه آورده شده است. در تفاضل‌گیری مرتبه اول برای ماه سوم عدد ۷۵ مربوط به ماه سوم را از عدد ۷۰ مربوط به ماه قبل کسر نمود. لازم به ذکر است در هر بار تفاضل‌گیری یکی از تعداد بازه‌های زمانی (lag) کاسته می‌شود؛ بنابراین اگر از یک داده سه بار تفاضل‌گیری انجام

جدول شماره ۱- تعداد تصادفات منجر به مرگ در استان کرمانشاه و تفاضل‌گیری مرتبه اول و دوم

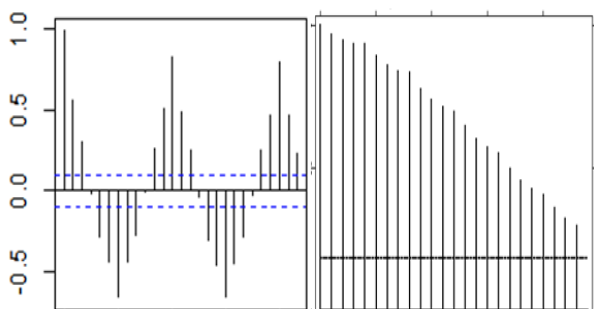
| ماه | تعداد فوت | تفاضل‌گیری مرتبه اول | تفاضل‌گیری مرتبه دوم |
|-----|-----------|----------------------|----------------------|
| ۱   | ۶۰        |                      |                      |
| ۲   | ۷۰        | $70 - 60 = 10$       |                      |
| ۳   | ۷۵        | $75 - 70 = 5$        | $5 - 10 = -5$        |
| ۴   | ۷۲        | $72 - 75 = -3$       | $-3 - 5 = -8$        |
| ۵   | ۸۰        | $80 - 72 = 8$        | $8 - (-3) = 11$      |
| ۶   | ۹۶        | $96 - 80 = 16$       | $16 - 8 = 8$         |
| ۷   | ۱۰۰       | $100 - 96 = 4$       | $4 - 16 = -12$       |
| ۸   | ۸۷        | $87 - 100 = -13$     | $13 - 4 = 9$         |

وقفه‌های ۴، ۸، ۱۲، ... روند کاهشی نشان می‌دهد که احتمال معنی‌دار شدن در وقفه‌های یادشده هست و سایر وقفه‌ها احتمالاً صفر خواهد بود، اما اگر داده‌ها دارای الگوی ماهیانه باشد، به‌جای وقفه‌های یادشده، وقفه‌های ۱۲، ۲۴، ۳۶، ... دارای این ویژگی می‌باشند (۹-۷).

### شناسایی الگو

پس از تفاضل‌گیری و یا تجربه داده‌ها به مؤلفه‌های تشکیل‌دهنده آن، برای اطمینان از ایستا شدن داده‌ها یا نیاز به تفاضل‌گیری مرتبه بالاتر یا استفاده از تبادل دیگر برای ثابت‌سازی واریانس وجود دارد و از طرف دیگر برای بررسی این که آیا پس از ایستا کردن داده‌ها، می‌توان الگویی برای افزایش توان پیش‌بینی از داخل باقی‌مانده‌ها<sup>۲</sup> که روند صعودی یا نزولی یا الگوی فصلی را از خود نشان نمی‌دهد، پیدا نمود. برای این کار از نمودار نگاره<sup>۳</sup> استفاده می‌شود. نمودار نگاره از دو نمودار تابع خود هم‌بستگی (ACF) و خود هم‌بستگی جزئی (PACF)<sup>۴</sup> تشکیل شده است. از تابع خود هم‌بستگی برای نشان دادن مرتبه اتورگرسیو (یعنی داده باقی‌مانده حال تحت تأثیر چند داده قبل قرار می‌گیرد) و از تابع خود هم‌بستگی جزئی برای نشان دادن مرتبه میانگین متحرک (یعنی مجموع چند داده باقی‌مانده را می‌توان صفر در نظر گرفت) استفاده می‌شود (۹).

تابع خود هم‌بستگی که روی باقی‌مانده‌ها انجام می‌شود، اگر دارای الگوی تدریجی نزولی و یا نمایی بود (نمودار شماره ۳) بیان‌گر از نا ایستا بودن مدل و نیاز به تفاضل‌گیری مجدد و یا تغییر در تفاضل‌گیری‌های صورت گرفته و یا شاید هم تبدیل دارد.



نمودار شماره ۳- روند نزولی تابع ACF

اگر داده‌ها فقط دارای روند باشند، تفاضل‌گیری مرتبه‌ای اول کافی است، اما اگر داده‌ها دارای الگوی فصلی باشند مانند داده‌های مرگ‌ومیر ناشی از تصادفات در استان کرمانشاه یا واریانس داده‌ها در طول زمان تغییر کند، تفاضل‌گیری مرتبه دوم معمولاً نیاز می‌باشد. اگر از یک تابع ایستا تفاضل‌گیری انجام شود، داده حاصل نیز ایستا است، اما تفاضل‌گیری غیرضروری علاوه بر این که تعداد بازه‌های موردبررسی را کم می‌کند، باعث پیچیده شدن داده‌ها و هم‌بستگی کاذب بین داده‌ها می‌شود، اما در مجموع تفاضل‌گیری غیرضروری بهتر از تفاضل‌نگرفتن ضروری است (۱).

ثابت‌سازی واریانس نسبت به میانگین بسیار مشکل‌تر و پیچیده‌تر است، برخی اوقات ثابت‌سازی واریانس فقط با انجام تفاضل‌گیری امکان‌پذیر نیست؛ بنابراین زمانی که واریانس داده‌ها در طول زمان بسیار متغیر باشد؛ ابتدا داده‌ها تبدیل می‌شود، برای مثالاً اگر سطح سری به صورت نمایی تغییر کند؛ باید از داده‌ها لگاریتم گرفته شود. اگر داده‌ها شبیه توزیع پواسن باشد، باید ریشه دوم آن‌ها برآورد شود (۱). از آنجایی که احتمال دارد پس از تفاضل‌گیری مرتبه اول یا دوم بعضی از داده‌ها منفی شود؛ بنابراین باید پیش از تفاضل‌گیری تبدیل انجام شود. تفاضل‌گیری به منظور ایستا کردن داده‌ها که به عنوان یک روش شهودی و غیراستدلالی شناخته می‌شود، پایه و اساس سری‌های زمانی می‌باشد (۷). در داده‌های مرگ‌ومیر ناشی از تصادفات در استان کرمانشاه هرچند دارای الگوی فصلی و نایستایی در واریانس است، اما با توجه به این که نایستایی در واریانس کم است، احتمالاً نیاز به تبدیل وجود ندارد.

روش دیگری برای ایستا کردن داده‌ها، تجزیه یک سری زمانی به مؤلفه‌های تشکیل‌دهنده (Seasonal decomposition) آن می‌باشد، این روش مشابه تفاضل‌گیری است؛ با این تفاوت که نیاز است مؤلفه‌های تشکیل‌دهنده یک سری زمانی-الگوهای فصلی، دوره‌ای و روند سری- به درستی شناسایی شود. برای شناسایی مؤلفه‌های تشکیل‌دهنده یک سری زمانی می‌توان از تابع خود هم‌بستگی و خود هم‌بستگی جزئی کمک گرفت، برای مثال اگر تابع خود هم‌بستگی (ACF)<sup>۱</sup> داده‌های مرگ‌ومیر ناشی از تصادفات در استان کرمانشاه که دارای الگوی فصلی می‌باشد؛ رسم شود، در

<sup>۲</sup> Residual

<sup>۳</sup> Correlogram

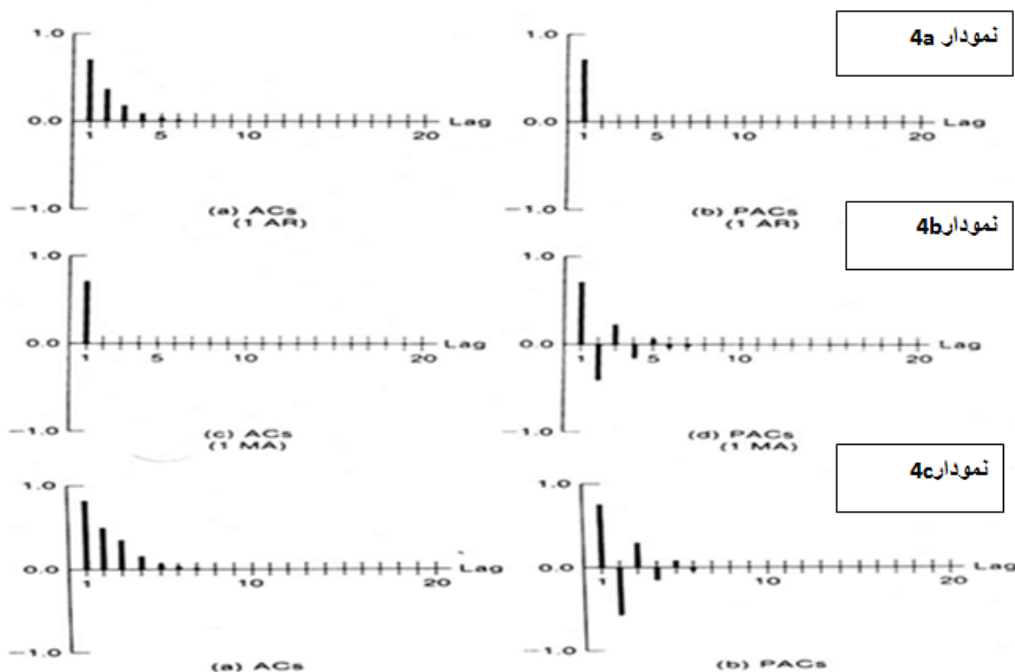
<sup>۴</sup> Partial Autocorrelation Function; PACF

<sup>۱</sup> Autocorrelation Function; ACF

هر دو تابع PACF و ACF دارای روند نزولی به سمت صفر باشد (نمودار شماره 4c)

بیان‌گر از یک روند مرکب  $ARMA(p,q)$  دارد (۸). در صورت نا ایستا بودن داده‌ها و نیاز به تفاضل‌گیری، مدل از  $ARMA(p,q)$  به  $ARIMA(p,d,q)$  تبدیل می‌شود، که به ازای هر تفاضل‌گیری یک واحد به مرتبه  $d$  اضافه می‌گردد. شایان ذکر است در صورت وجود الگوی فصلی تابع خود هم‌بستگی و تابع خود هم‌بستگی جزئی یک روند متناوب را نشان می‌دهد (۱۰).

در صورتی که تابع خود هم‌بستگی دارای روند نزولی به سمت صفر باشد و تابع خود هم‌بستگی جزئی دارای وقفه‌های معنی‌دار در ابتدای تابع باشد (نمودار 4a) بیان‌گر از یک الگوی اتورگرسیو دارد با مرتبه  $AR(P)$  دارد که مرتبه  $(P)$  آن بستگی به تعداد وقفه‌های معنی‌دار دارد، اما اگر تابع خود هم‌بستگی جزئی دارای روند نزولی به سمت صفر و تابع خود هم‌بستگی دارای وقفه‌های معنی‌دار در ابتدای تابع باشد (شکل 4b) نشان می‌دهد مدل دارای یک الگوی میانگین متحرک با مرتبه  $MA(q)$  است (برعکس تابع  $AR$ ) اما اگر



نمودار شماره 4a تا 4c: الگوهای مختلف ACF و PACF

تعداد پارامتری که از روی تابع نگاره به دست آورده می‌شود، بهترین انتخاب نباشد. برای توضیح بیشتر فرض کنید مدلی که از روی نمودار نگاره پیدا شده است،  $MA(2)$  باشد (تابع خود هم‌بستگی دارای روند نزولی به سمت صفر، تابع خود هم‌بستگی جزئی تا وقف دوم معنی‌دار باشد)، اما بهترین مدل یک مدل  $ARMA(1,1)$  باشد و سوم این که در یک سری زمانی ممکن است چندین الگوی مناسب وجود داشته باشد. بنابراین نیاز است الگوهای مختلف به دست آمده با یکدیگر مقایسه شود و با در نظر گرفتن چندین معیار نسبت به انتخاب مدل اصلاح اقدام شود (۴،۱۰).

پس از شناسایی الگوی و انتخاب پارامتری مناسب، پارامتر مورد نظر را از نظر معنی‌داری با آزمون  $t$  مورد ارزشیابی قرار داده

شناسایی الگوی مناسب برای داده‌ها کاری بسیار پیچیده و نیاز به تجربه دارد. چندین روش برای شناسایی الگوی مناسب برای داده‌ها وجود دارد، که بهترین آن‌ها شناسایی الگوی مناسب با استفاده از نمودار سری زمانی انجام می‌گیرد که این روش هر چند شهودی می‌باشد، اما بسیار کمک کننده می‌باشد (۱۱).

### انتخاب مدل

پیش از انتخاب مدل مناسب، لازم است چند نکته بیان گردد، نخست این که هر اندازه تعداد پارامترهای مورد استفاده کم‌تر باشد، مدل مناسب‌تر است؛ برای مثال در شرایط تقریباً برابر مدل اتورگرسیو ۱ بهتر از مدل اتورگرسیو ۲ می‌باشد، به این ویژگی اصل صرفه‌جویی یا امساک می‌گویند و دوم ممکن است مدل و

$$MSD = \frac{\sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t|^2}{n}$$

این روش نسبت به MAD حساسیت بیشتری به خطای پیش‌بینی دارد. در این روش  $y_t$  مقدار واقعی،  $\hat{y}_t$  مقدار برآورد شده و  $n$  تعداد مشاهدات می‌باشد، استفاده نمود (۸، ۱۶ و ۱۷)

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t| / y_t}{n} \times 100 \quad (y_t \neq 0)$$

که در آن  $y_t$  مقدار واقعی،  $\hat{y}_t$  مقدار برآورد شده و  $n$  تعداد مشاهدات می‌باشد، که خطای پیش‌بینی را به صورت درصد نشان می‌دهد. این شاخص نسبت به دو شاخص بالا معیار مناسب‌تری می‌باشد، یکی به این دلیل که تفاوت بین مقدار واقعی و مقدار برآورد شده را بر مقادیر واقعی تقسیم می‌کند؛ در نتیجه تحت تأثیر اندازه عددی مقدار موردبررسی قرار نمی‌گیرد و دوم این‌که می‌توان میزان دقت دو مدل که از دو داده مختلف مثلاً تصادفات و خودکشی به دست آمده را باهم مقایسه نمود (۱۸).

(d) شاخص AIC

$$AIC = 2k - 2 \ln(L)$$

یکی از بهترین روش‌ها برای اندازه‌گیری مقدار خطا، آماره AIC می‌باشد که پارامتر  $K$  بیانگر تعداد بازه‌های زمانی موردنظر برای پیش‌بینی و  $L$  مقدار حداکثر درست‌نمایی<sup>۳</sup> است. (E) شاخص شوارتز<sup>۴</sup>

$$SBC = -2 \cdot \ln L + k \ln(n)$$

شاخص شوارتز یا شاخص بیزین<sup>۵</sup> از دیگر روش‌هایی است که می‌توان برای سنجش مقدار خطا استفاده کرد. در این روش  $L$  نشان‌دهنده‌ی حداکثر درست‌نمایی،  $K$  تعداد بازه‌های زمانی پیش‌بینی شده و  $n$  تعداد بازه‌های زمانی مشاهده شده است.

شد، که در صورت معنی‌داری، بیان‌گر از مؤثر بودن پارامترهای انتخاب شده دارد، اگر معنی‌دار نبود، باید پارامتر را از مدل حذف نمود؛ و پارامترهای دیگر را مورد ارزیابی قرارداد. پس از انتخاب پارامتر معنی‌دار، نیاز است باقی‌مانده‌های مدل را از نظر استقلال و معنی‌داری موردبررسی قرارداد که برای استقلال باقی‌مانده‌ها از آزمون پورت مانو که مقدار به دست آمده از فرمول

$$Q^* = n'(n' + 2) \sum_{i=1}^k (n' - 1)^{-1} r_e^2(\bar{a})$$

که در آن  $\bar{a}$  درجه آزادی  $r_e$  اتوکوریانس بین داده‌ها با مقدار مربع کای با درجه آزادی  $L-AR(p) - MA(q)$  که  $L$  تعداد وقفه‌ها می‌باشد، موردبررسی قرارداد شده، که اگر  $Q$  تست پورت مانو کوچک‌تر باشد، استقلال باقی‌مانده‌ها تأیید می‌گردد. پس از تأیید استقلال داده‌های باقی‌مانده، باقی‌مانده را از نظر نرمال بودن مورد ارزیابی قرارداد شده. برای نرمال بودن می‌توان از آزمون‌های مختلف مانند کولموگروف اسمیرنوف، مربع کای و هیستوگرام باقی‌مانده که باید دارای توزیع با میانگین صفر و واریانس یک باشد، استفاده کرد (۱۴-۱۲) اگر استقلال و نرمال بودن داده‌ها تأیید شد، مدل مناسب می‌باشد، اما اگر باقی‌مانده‌ها وابسته یا توزیع باقی‌مانده‌ها نرمال نبود، نیاز است به دنبال مدل دیگری بود (۱۵، ۴).

### پیش‌بینی

پس از شناسایی الگو و تعیین پارامترهای مناسب می‌توان مقادیر آینده را پیش‌بینی نمود. در هنگام پیش‌بینی باید در نظر داشت که هراندازه تعداد وقفه‌های پیش‌بینی شده بیش‌تر شود، احتمال خطا افزایش می‌یابد. در مجموع بهتر است تعداد وقفه‌هایی که پیش‌بینی می‌شود، کم‌تر از یک‌سوم وقفه‌های موردبررسی باشد (۶). برای اندازه‌گیری خطای پیش‌بینی روش‌های متفاوتی وجود دارد، که مهم‌ترین آن‌ها عبارت است از

(a) میانگین مطلق انحراف ((Mean Absolute (MAD (Deviation

$$MAD = \frac{\sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t|}{n}$$

در این روش  $y_t$  مقدار واقعی،  $\hat{y}_t$  مقدار برآورد شده و  $n$  تعداد مشاهدات می‌باشد. میانگین مطلق انحراف تصور دقیقی از مقدار خطای پیش‌بینی به پژوهشگر می‌دهد.

<sup>۱</sup> Mean Squared Deviation; MSD

<sup>۲</sup> Mean Absolute Percentage Error; MAPE

<sup>۳</sup> Maximum Likelihood

<sup>۴</sup> Schwartz-Bayesian criteria

<sup>۵</sup> Bayesian information criteria

بهتر از مدل‌های ARIMA هستند. از سوی دیگر هم‌بستگی بسیار زیادی بین شاخص‌های مختلف وجود دارد، به طوری که مدل  $(1,1,1) \times (0,1,1)_2$  SARIMA که شاخص AIC کوچک‌تری نسبت به سایر مدل‌ها دارد، شاخص شوارتز و میانگین مطلق درصد خطا و میانگین مطلق انحراف کم‌تری نیز دارد. علاوه بر این، شاخص‌ها، شاخص‌های دیگری مانند Stationary R2، maximum likelihood و Hannan-Quinn information criterion (HQIC) وجود دارد، که در شناسایی مدل می‌تواند بسیار کمک کننده باشد، اما شاخص‌های گفته شده پرکاربردترین شاخص‌ها برای ارزشیابی مدل می‌باشد.

هرچقدر مقدار شاخص‌های ارائه شده در بالا کوچک‌تر باشد، نشان‌دهنده مدل بهتر است. این شاخص‌ها معمولاً رابطه‌ی بسیار نزدیکی با یکدیگر دارند. مثلاً اگر یک مدل نسبت به مدل دیگری شاخص AIC کوچک‌تری داشته باشد، احتمالاً مجذور میانگین خطاها و شاخص شوارتز کوچک‌تری نیز خواهد داشت (۱۵). در جدول شماره ۲ شاخص‌های مختلف برازش و پیش‌بینی مدل با استفاده از داده‌های مرگ‌ومیر ناشی از تصادفات در استان کرمانشاه با یکدیگر مقایسه شدند. همان‌طور که قبلاً گفته شد رسم نمودار در شناسایی مدل مناسب می‌تواند بسیار کمک کننده باشد. از روی نمودار مشخص شد که داده‌ها دارای الگوی فصلی است. شاخص‌های برازش نیز تأیید کردند که مدل‌های SARIMA

جدول شماره ۲- شاخص‌ها و مدل‌های مختلف روی داده‌های مرگ‌ومیر ناشی از تصادفات در استان کرمانشاه طی سال‌های ۹۲-۱۳۸۴

| مدل                      | AIC | SBC | MAD | MSD | MAPE |
|--------------------------|-----|-----|-----|-----|------|
| ARIMA (1,1,1)            | ۸۷۳ | ۸۸۳ | ۱۳  | ۲۵۳ | ۳۰   |
| ARIMA (2,1,1)            | ۸۸۵ | ۸۹۵ | ۱۳  | ۲۸۸ | ۳۱   |
| ARIMA (1,2,1)            | ۸۸۱ | ۸۸۹ | ۱۴  | ۳۳۴ | ۳۳   |
| ARIMA (2,2,1)            | ۸۹۳ | ۹۰۱ | ۱۵  | ۳۷۲ | ۳۳   |
| SARIMA (1,1,1)*(1,0,1)12 | ۸۰۱ | ۸۱۶ | ۱۲  | ۲۴۹ | ۲۸   |
| SARIMA (1,1,1)*(0,1,1)12 | ۷۹۷ | ۸۰۷ | ۱۱  | ۲۴۹ | ۲۸   |
| SARIMA (1,2,1)*(0,1,1)12 | ۸۰۷ | ۸۱۷ | ۱۲  | ۳۱۲ | ۲۹   |
| SARIMA (1,2,1)*(1,1,1)12 | ۸۱۱ | ۸۲۶ | ۱۲  | ۳۰۸ | ۲۹   |

## بحث

ARCH & GRACH معروف هستند. پژوهشگران به چندین دلیل ترجیح می‌دهند از مدل‌های خانواده باکس و جنگینز استفاده کنند. اولاً برپا کردن این مدل‌ها راحت است، ثانیاً تفسیر این مدل‌ها راحت می‌باشد و با نرم‌افزارهای پیش‌تری می‌توان این کار را انجام داد.

تجزیه سری‌های زمانی به مؤلفه‌های تشکیل‌دهنده<sup>۱</sup> آن مانند روند، تغییرات فصلی و سایر نوسانات نامنظم هرچند بهترین روش برای شناسایی الگو نمی‌باشد، اما برای شناسایی الگو مفید است. داده‌هایی که دارای روند فصلی هستند تفسیر ACF و PACF آن‌ها مشکل‌تر از داده‌های غیر فصلی می‌باشد، که دلیل آن ترکیب الگوی فصلی با الگوی غیر فصلی است، در نتیجه ACF و PACF ویژگی هر دو روند را دارد. که در وقفه‌های فصلی S, 2S, 3S به سرعت کاهش پیدا نمی‌کند و شاید هم معنی‌دار باشد، که در این حالت باید از تفاضل گیری فصلی استفاده نمود. لازم به ذکر

در سری‌های زمانی معمولاً از خود متغیر برای پیش‌بینی مقادیر آینده آن استفاده می‌کنند، اما می‌توان از چندین متغیر کمکی نیز بهره گرفت. برای مثال می‌توان برای پیش‌بینی تعداد موارد مرگ ناشی از تصادفات در استان کرمانشاه در هرماه علاوه بر داده‌های مرگ‌ومیر ناشی از تصادفات استان می‌توان از آمار و اطلاعات میزان مصرف بنزین در هرماه، تعداد روزهای بارانی در هرماه و اطلاعات دیگر استفاده نمود. که به این حالت سری‌های زمانی چندگانه<sup>۲</sup> گفته می‌شود، این روش نسبت به روش سری‌های زمانی تک متغیره از کارایی و دقت بیشتری برخوردار است ولی متأسفانه به اطلاعات بیشتری نیاز دارد.

اگر واریانس داده‌ها تابعی از مقادیر گذشته باشد؛ نمی‌توان به راحتی واریانس داده‌ها را در طول زمان ثابت نگه داشت، بنابراین نمی‌توان از مدل‌های خانواده باکس و جنگینز یا مدل‌های آر‌یما استفاده کرد، بنابراین نیاز است از مدل‌هایی که به فرض ثابت بودن واریانس نیاز ندارند، استفاده کرد، این مدل‌ها به خانواده

<sup>۱</sup>Decomposition

<sup>۲</sup>Multivariate time series

برخی از نرم‌افزارهای آماری امکان انتخاب مدل مناسب را به‌طور خودکار فراهم کرده‌اند، که می‌تواند در شناسایی مدل مناسب بسیار کمک‌کننده باشد، اما این مدل در مواقعی که داده‌ها دارای بازه صفر، نیاز به تبدیل و یا داده پرت (به دلایل مختلف از جمله اپیدمی یا اشتباه در ورود داده) در داده‌ها وجود داشته باشد؛ می‌تواند گمراه‌کننده باشد، علاوه بر این توصیه می‌شود که استفاده‌کنندگان از سری‌های زمانی مراحل انتخاب مدل را طی کنند؛ چون همان‌طور که قبلاً گفته شد امکان دارد بیش از یک مدل برای داده‌ها مناسب باشد.

### نتیجه‌گیری

استفاده درست از سری‌های زمانی بیشتر یک هنر است تا یک علم، بهترین راه برای فراگیری این هنر، تجربه و تکرار است. با توجه به این‌که پژوهشگران بیشتر اوقات در سری‌های زمانی مجبور می‌شوند برای شناسایی الگوی مناسب از روش‌های شهودی استفاده کنند؛ نباید تنها به یک روش برای شناسایی و انتخاب مدل اکتفا کرد، انتخاب مدل بر اساس توالی مراحل اجرای یک مدل سری زمانی و تکرار چندباره این توالی سبب شناسایی مدل یا مدل‌های مناسب خواهد شد.

است در یک سری زمانی هر چه تعداد پارامترهای داخل مدل افزایش یابد، احتمالاً  $R^2$  (ضریب تعیین) بیش‌تر خواهد شد، اما تعداد پارامتر زیاد سبب می‌گردد استفاده از مدل، بسیار سخت و کاربرد آن کم‌تر شود؛ بنابراین هدف اصلی در پیش‌بینی یافتن می‌باشد که دارای پارامتر کم‌تری باشد. معیارهای AIC و SBC برای برآزش کلی مدل با در نظر گرفتن اصل صرفه‌جویی مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر تعداد بازه‌های زمانی مورد استفاده کم باشد؛ بهتر است از معیار AIC و در بازه‌های زمانی با تعداد زیاد بهتر است معیار SBC استفاده شود، اما زمانی که برآوردها به سرعت همگرا نمی‌شود؛ باید با احتیاط این دو شاخص مورد تفسیر قرار گیرد. در مجموع مدل مناسب برای برآزش داده‌ها مدلی است که در آن مقدار ضرایب نشان‌دهنده ایستایی و معکوس‌پذیری داده‌ها و در طول دوره ثابت باشد. همچنین در انتخاب پارامترهای آن اصل صرفه‌جویی رعایت شده باشد و تفاوت مقدار مشاهده‌شده و مقدار پیش‌بینی‌شده به‌وسیله مدل تنها به دلیل اغتشاش خالص باشد و نه به دلیل عدم شناسایی مدل مناسب باشد (۱۹،۲۰). برای برپا کردن یک سری زمانی از نرم‌افزارهای مختلف می‌توان استفاده نمود، بهترین نرم‌افزارها برای سری‌های زمانی نرم‌افزار STATA و R می‌باشد، نرم‌افزار SPSS و Minitab علاوه بر این که نمی‌توانند سری زمانی چند متغیره پیش‌بینی کنند؛ قدرت آن‌ها در شناسایی مدل کم است. هرچند

### منابع

- Koopman SJ. Time series analysis by state space methods: OUP Oxford; 2012. 93-113.
- Hasanzadeh J, Amiresmaili M, Moosazadeh M, Najafi F, Moradinazar M. Implementing a Weather-Based Early Warning System to Prevent Traffic Accidents Fatalities. World Applied Sciences Journal. 2013; 24: 113-7.
- Brockwell PJ, Davis RA. Introduction to time series and forecasting: Springer; 2002. 23-42.
- Box GE, Jenkins GM, Reinsel GC. Time series analysis: forecasting and control: John Wiley & Sons; 2011.
- Box GE, Jenkins GM, Reinsel GC. Time series analysis: forecasting and control: Wiley; 2011. 31-53. 143-168
- Chan NH. Time Series: Applications to Finance with R and S-Plus: John Wiley & Sons; 2011. 70-98.
- Brockwell PJ, Davis RA. Time series: theory and methods: Springer; 2009. 44-79.
- Brockwell PJ. Time Series Analysis: Wiley Online Library; 2005. 45-67.
- Anderson TW. The statistical analysis of time series: John Wiley & Sons; 2011. 101-120.
- Beckett S. Introduction to Time Series Using Stata. Stata Press books. 2013. 46-69.
- Lütkepohl H. New introduction to multiple time series analysis. 2005. 112-145.
- Salas J, Obeysekera J. ARMA model identification of hydrologic time series. Water Resources Research. 1982; 18: 1011-21.
- Salas JD. Applied modeling of hydrologic time series: Water Resources Publication; 1980. 65-120.
- Hollander M, Wolfe DA. Nonparametric statistical methods. 1999. 87-134.
- Golyandina N, Nekrutkin V, Zhigljavsky AA. Analysis of time series structure: SSA and related techniques: CRC Press; 2010. 154-190.
- Atkinson PM, Jeganathan C, Dash J, Atzberger C. Inter-comparison of four models for smoothing satellite sensor time-series data to estimate vegetation phenology. Remote Sensing of Environment. 2012; 123: 400-17.
- Meyer R, Krueger D. MINITAB Guide to Statistics: Prentice Hall PTR; 2001. 33-94.
- Prado R, West M. Time Series: Modeling, Computation, and Interface: CRC Press; 2010. 110-143.
- Hurvich CM, Tsai CL. Regression and time series model selection in small samples. Biometrika. 1989; 76: 297-307.
- Schmidt MB, Berri DJ. The impact of the 1981 and 1994-1995 strikes on Major League Baseball attendance: a time-series analysis. Applied Economics. 2002; 34: 471-8.



# How to Choose an Appropriate Model for Time Series Data

Hasanzadeh J<sup>1</sup>, F Najafi F<sup>2</sup>, Moradinazar M<sup>3</sup>

1-Associate Professor, Department of Epidemiology, Shiraz university of Medical Sciences, Iran

2-Associate Professor, Department of Epidemiology, Research Center for Environmental Determinants of Health (RCEDH), Kermanshah University of Medical Sciences, Kermanshah, Iran

3- PhD candidate of epidemiology, Research Center for Environmental Determinants of Health (RCEDH), Kermanshah University of Medical Sciences, Kermanshah, Iran

**Corresponding author:** Moradinazar M., m.moradinazar@gmail.com

The time series is a collection of observation data that are arranged according to time. The main purpose of setting up a time series is to predict future values. The first step in time series data is graphed. Using graphs can provide general information such as uptrend or downtrend, seasonal patterns, periodic presence, and outliers in time series graphs. After graphing the data, if a good forecast is required, stationary data can be used. Differencing or decomposition methods can be used to make the data stationary. Then, a correlogram can be used to identify the order moving average and autoregressive model. The parameters of the model are examined using T-test. If the parameters are significant and the residue is independence, the predicted values can be evaluated using the mean absolute percentage error.

**Keywords:** Time series, Identify the model, Stationary, Prediction